

BAB II

LANDASAN TEORI

A. Jasa

1. Pengertian Jasa

Produk adalah barang dan jasa yang dapat diperjual belikan. Dengan kata lain, tanpa adanya produk maka proses jual-beli tidak akan terjadi. Ada dua faktor yang menentukan laku atau tidaknya suatu produk yaitu kualitas dan harga. Kedua faktor harus diperhatikan dalam pembuatan suatu produk dan juga menentukan daya beli dari konsumen. Produk dapat diklasifikasikan berdasarkan tiga macam, yaitu daya tahan dan wujud, barang konsumen, dan barang industri. Berdasarkan daya tahan dan wujud suatu produk diklasifikasikan lagi menjadi tiga kelompok, yaitu barang tahan lama, barang tidak tahan lama, dan jasa.

Menurut Kotler dan Keller (2009:42) mendefinisikan jasa sebagai setiap tindakan atau kegiatan yang dapat ditawarkan kepada pihak lain, pada dasarnya tidak berwujud dan tidak mengakibatkan kepemilikan apapun, produksi jasa mungkin berkaitan dengan produk fisik atau tidak.

Menurut William J. Stanton (dalam Alma, 2004:243) mengungkapkan bahwa jasa adalah sesuatu yang tidak dapat diidentifikasi secara terpisah dan tidak berwujud, ditawarkan untuk memenuhi kebutuhan dan jasa dapat dihasilkan dengan menggunakan benda-benda berwujud atau tidak. Dapat disimpulkan bahwa jasa adalah suatu kegiatan yang menghasilkan *output* tidak berwujud untuk memenuhi kebutuhan dan memberikan nilai tambah bagi yang mengkonsumsinya,

sehingga jasa lebih mementingkan kualitasnya karena diharapkan dapat memberikan nilai tambah bagi yang mengkonsumsinya.

2. Karakteristik Jasa

Menurut Berry (dalam Nasution, 2004:8) menyebutkan terdapat empat karakteristik jasa yaitu:

a. Tidak Berwujud (*Intangibility*)

Jasa mempunyai sifat tidak berwujud karena tidak bisa di lihat, di dengar, atau di cium sebelum ada transaksi pembelian.

b. Tidak dapat dipisahkan (*Inseparability*)

Suatu bentuk jasa yang tidak dapat dipisahkan dari sumbernya, sumber merupakan orang atau mesin, produk fisik yang berwujud tetap ada.

c. Berubah-ubah (*Variability*)

Jasa sesungguhnya sangat mudah berubah-ubah karena jasa ini tergantung siapa yang menyajikan, kapan dan dimana disajikan.

d. Daya tahan (*Perishability*)

Daya tahan suatu jasa tidak akan menjadi suatu masalah jika permintaan selalu ada dan mantap karena menghasilkan jasa di muka dengan mudah.

3. Pengertian Pelayanan

Pelayanan adalah suatu kegiatan atau urutan kegiatan yang terjadi dalam interaksi langsung antara seseorang dengan orang lain atau mesin secara fisik, dan menyediakan kepuasan pelanggan. Dalam Kamus Bahasa Indonesia dijelaskan pelayanan sebagai usaha melayani kebutuhan orang lain. Sedangkan melayani adalah membantu menyiapkan (mengurus) apa yang diperlukan seseorang.

Menurut Soegito (2007:152) dalam bukunya memberikan definisi bahwa pelayanan adalah setiap kegiatan atau manfaat yang dapat memberikan suatu pihak kepada pihak lainnya yang pada dasarnya tidak berwujud dan tidak pula

B. Teori Antrian

Antrian adalah suatu situasi umum yang biasa terjadi dalam kehidupan sehari-hari dimana konsumen menunggu di depan loket untuk mendapatkan giliran pelayanan. Deretan mobil yang menunggu untuk mendapatkan giliran membayar jalan tol, orang-orang yang sedang berlibur menunggu untuk masuk ke Taman Margasatwa Ragunan di Jakarta, dan para nasabah yang menunggu untuk melakukan transaksi di bank adalah beberapa contoh dari situasi antrian.

Menurut Heizer dan Render (2006:658) antrian adalah ilmu pengetahuan tentang bentuk antrian dan merupakan orang-orang atau barang dalam barisan yang sedang menunggu untuk dilayani atau meliputi bagaimana perusahaan dapat menentukan waktu dan fasilitas yang sebaik-baiknya agar dapat melayani pelanggan dengan efisien.

Disisi lain Ma'arif dan Tanjung (2003:119) mengutarakan sebuah definisi antrian adalah situasi barisan tunggu dimana jumlah kesatuan fisik (pendatang) sedang berusaha untuk menerima pelayanan dari fasilitas terbatas (pemberi layanan), sehingga pendatang harus menunggu beberapa waktu dalam barisan agar mendapatkan giliran untuk dilayani. Berdasarkan definisi-definisi diatas maka dapat disimpulkan bahwa antrian adalah suatu proses yang berhubungan dengan suatu kedatangan seorang pelanggan pada suatu fasilitas pelayanan,

kemudian menunggu dalam suatu antrian dan pada akhirnya meninggalkan fasilitas pelayanan tersebut.

Rata – rata lamanya waktu menunggu (*waiting time*) sangat tergantung kepada rata – rata tingkat kecepatan pelayanan (*rate of services*). Teori tentang antrian ditemukan dan dikembangkan oleh A.K. Erlang, seorang insinyur dari Denmark yang bekerja pada perusahaan telepon di Kopenhagen pada tahun 1910 yang dicatat dalam bukunya yang berjudul *Solution of Some Problem in The Theory of Probability of Significant in Automatic Telephon Exchange*. Erlang melakukan eksperimen tentang fluktuasi permintaan fasilitas (mesin pompa) telepon yang berhubungan dengan *automatic dialing equipment*, yaitu peralatan penyambungan telepon secara otomatis.

Tujuan sebenarnya dari teori antrian adalah meneliti kegiatan dari fasilitas pelayanan dalam rangkaian kondisi random dari suatu sistem antrian yang terjadi. Untuk itu pengukuran yang logis akan ditinjau dari dua bagian, yaitu berapa lama para pelanggan harus menunggu yang dalam hal ini diuraikan melalui waktu rata-rata yang dibutuhkan oleh pelanggan untuk menunggu hingga mendapatkan pelayanan dan berapa lama waktu menganggur *server*.

Teori antrian merupakan sebuah bagian penting operasi dan juga bermanfaat didalam dunia usaha karena masalah dunia usaha yang berkaitan dengan kedatangan dan kemacetan akan terbantu dengan adanya teori antrian ini. Tujuan utama teori antrian ini adalah mencapai keseimbangan antara biaya pelayanan dengan biaya yang disebabkan oleh waktu menunggu.

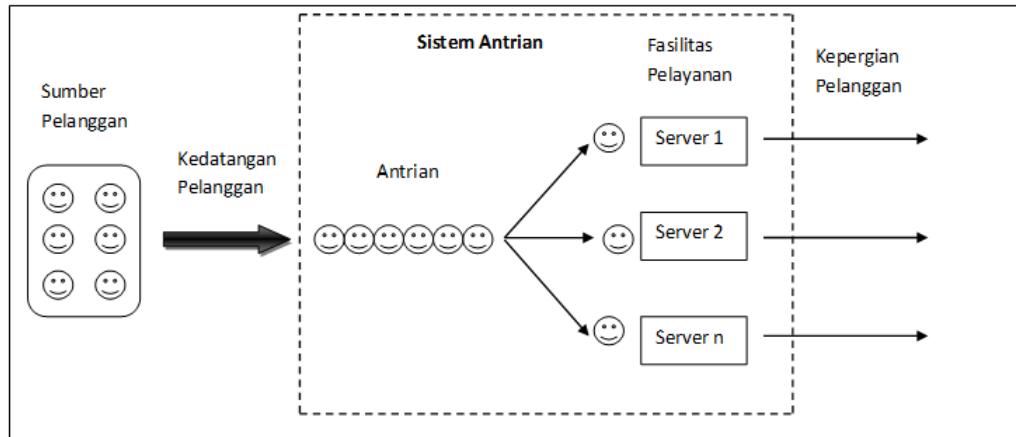
C. Proses Antrian

1. Definisi Proses Antrian

Menurut Bronson (1996: 310), tentang masalah antrian yaitu proses antrian merupakan proses yang berhubungan dengan kedatangan pelanggan pada suatu fasilitas pelayanan, menunggu panggilan dalam baris antrian jika belum mendapat pelayanan dan akhirnya meninggalkan fasilitas pelayanan tersebut setelah mendapat pelayanan. Proses ini dimulai saat pelanggan yang memerlukan pelayanan mulai datang dari suatu populasi yang disebut sebagai sumber *input*.

Dalam buku lain Hillier dan Lieberman (1980: 401) mengatakan bahwa proses antrian adalah suatu proses yang berhubungan dengan kedatangan pelanggan ke suatu sistem antrian, kemudian menunggu dalam antrian hingga pelayan memilih pelanggan sesuai dengan disiplin pelayanan, dan akhirnya pelanggan meninggalkan sistem antrian setelah selesai pelayanan.

Sistem antrian adalah himpunan pelanggan, pelayan, dan suatu aturan yang mengatur kedatangan para pelanggan dan pelayanannya. Sistem antrian merupakan proses kelahiran – kematian dengan suatu populasi yang terdiri atas para pelanggan yang sedang menunggu pelayanan atau yang sedang dilayani. Kelahiran terjadi jika seorang pelanggan memasuki fasilitas (mesin pompa) pelayanan, sedangkan kematian terjadi jika pelanggan meninggalkan fasilitas (mesin pompa) pelayanan. Keadaan sistem adalah jumlah pelanggan dalam suatu fasilitas (mesin pompa) pelayanan (Wospakrik, 1996 : 302).



Gambar 2.2 Sistem Antrian

2. Komponen Dasar dalam Proses Antrian

Dalam buku yang ditulis oleh Taha (1997:609) dijelaskan bahwa suatu sistem antrian bergantung pada tujuh komponen yaitu pola kedatangan, pola kepergian, kapasitas sistem, desain pelayanan, disiplin pelayanan, ukuran sumber pemanggilan, dan perilaku manusia. Komponen – komponen tersebut diuraikan sebagai berikut.

a. Pola Kedatangan

Menurut Wagner (1972:840) dalam bukunya berpendapat bahwa pola kedatangan adalah pola pembentukan antrian akibat kedatangan pelanggan dalam selang waktu tertentu. Pola kedatangan dapat diketahui secara pasti atau berupa suatu variabel acak yang distribusi peluangnya dianggap telah diketahui. Jika tidak disebutkan secara khusus pelanggan datang secara individu ke dalam sistem antrian. Namun dapat pula lebih dari satu pelanggan datang secara bersamaan ke dalam sistem antrian, pada kondisi ini disebut dengan *bulk arrival* (Taha, 1997:177).

b. Pola Kepergian

Pola kepergian adalah banyak kepergian pelanggan selama periode waktu tertentu. Pola kepergian biasanya dicirikan oleh waktu pelayanan, yaitu waktu yang dibutuhkan oleh seorang pelayan untuk melayani seorang pelanggan. Waktu pelayanan dapat bersifat *deterministik* dan dapat berupa suatu variabel acak dengan distribusi peluang tertentu (Bronson, 1996 : 310). Waktu pelayanan bersifat *deterministik* berarti bahwa waktu yang dibutuhkan untuk melayani setiap pelanggan selalu tetap, sedangkan waktu pelayanan yang berupa variabel acak adalah waktu yang dibutuhkan untuk melayani setiap pelanggan berbeda – beda.

c. Kapasitas Sistem

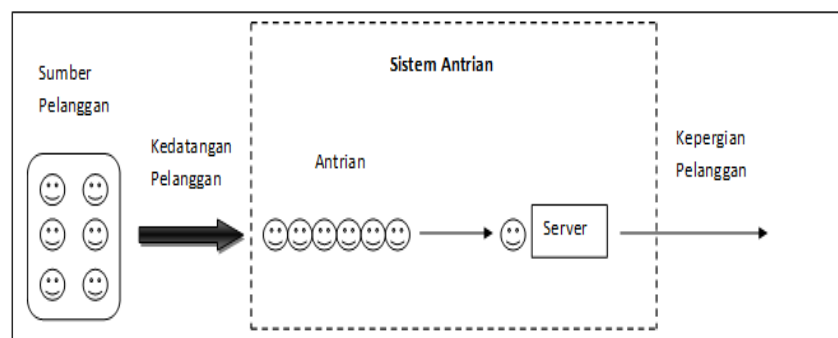
Menurut Bronson (1996:310), kapasitas sistem adalah banyaknya pelanggan, baik pelanggan yang sedang berada dalam pelayanan maupun dalam antrian, yang ditampung oleh fasilitas (mesin pompa) pelayanan pada waktu yang sama. Suatu sistem antrian yang tidak membatasi banyak pelanggan dalam fasilitas (mesin pompa) pelayanannya disebut sistem berkapasitas tak berhingga, sedangkan suatu sistem yang membatasi banyak pelanggan dalam fasilitas (mesin pompa) pelayanannya disebut sistem berkapasitas berhingga, jika pelanggan memasuki sistem pada saat fasilitas (mesin pompa) pelayanan penuh maka pelanggan akan ditolak dan meninggalkan sistem tanpa memperoleh pelayanan.

d. Desain Pelayanan

Dalam bukunya Sinalungga (2008:249) menjelaskan bahwa desain sarana pelayanan dapat diklasifikasikan dalam *channel* dan *phase* yang akan membentuk suatu struktur antrian yang berbeda-beda. Channel menunjukkan jumlah *server* untuk memasuki sistem pelayanan. Phase berarti jumlah stasiun-stasiun pelayanan, dimana para langganan harus melaluinya sebelum pelayanan dinyatakan lengkap. Ada empat model struktur antrian dasar yang umum terjadi dalam seluruh sistem antrian:

1. *Single Chanel – Single Phase*

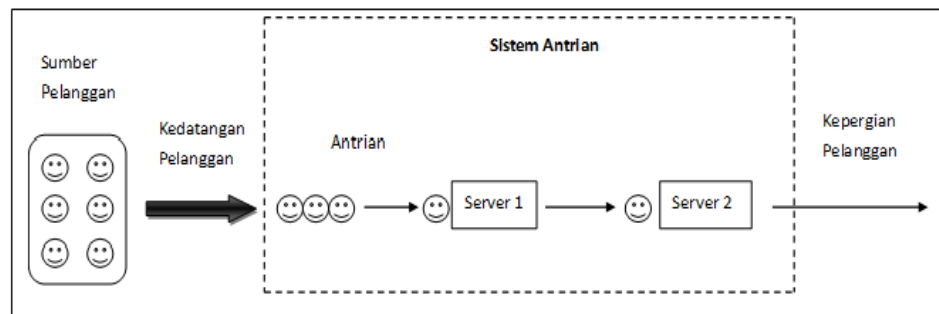
Single Chanel berarti bahwa hanya ada satu *server* untuk memasuki sistem pelayanan atau ada satu pelayanan. *Single phase* menunjukkan bahwa hanya ada satu stasiun pelayanan sehingga yang telah menerima pelayanan dapat langsung keluar dari sistem antrian. Contoh antrian untuk model ini msalnya pada penjualan karcis Trans Jogja yang hanya dibuka satu loket.



Gambar 2.3 Sistem Antrian *Single Channel – Single Phase*

2. *Single Channel - Multi Phase*

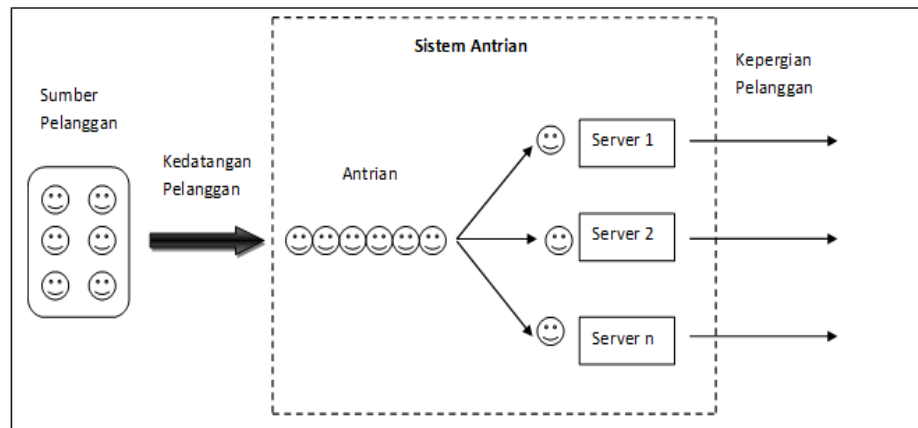
Struktur ini memiliki satu *server* pelayanan sehingga disebut *single channel*. *Multi phase* berarti ada dua atau lebih pelayanan yang dilaksanakan secara berurutan dalam *phase-phase* agar hasilnya sempurna. Misalnya pada antrian pencucian motor, yaitu setelah motor dicuci masih melalui proses pengeringan dan terakhir pemolesan agar mengkilap.



Gambar 2.4 Sistem Antrian Single Channel - Multi phase

3. *Multi Chanel - Single Phase*

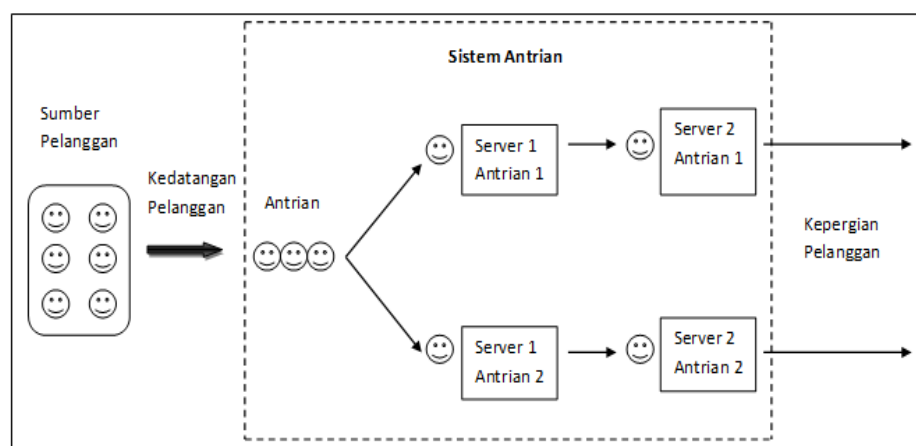
Sistem *multi chanel-single phase* terjadi jika ada dua atau lebih fasilitas (mesin pompa) pelayanan dilewati oleh suatu antrian tunggal. Sistem ini memiliki lebih dari satu *server* pelayanan atau fasilitas (mesin pompa) pelayanan sedangkan sistem pelayanan hanya ada satu fase. Sebagai contoh adalah sarana pelayanan nasabah di Bank atau pelayanan kasir di swalayan.



Gambar 2.5 Sistem Antrian *Multi Chanel – Single Phase*

4. *Multi Chanel - Multi Phase*

Sistem ini mempunyai beberapa fasilitas (mesin pompa) pelayanan pada setiap tahap, sehingga lebih dari satu individu dapat dilayani pada satu waktu. Pada umumnya sistem ini terlalu kompleks untuk dianalisis dengan teori antrian. Sebagai contoh adalah pelayanan kepada pasien di rumah sakit dari pendaftaran, diagnosa, tindakan medis sampai pembayaran. Setiap sistem-sistem ini mempunyai beberapa fasilitas (mesin pompa) pelayanan pada setiap tahap, sehingga lebih dari satu individu dapat dilayani pada suatu waktu.



Gambar 2.6 Sistem Antrian *Multi Channel – Multi Phase*

e. Disiplin Pelayanan

Disiplin pelayanan dalam buku yang dikemukakan oleh Sinalunga (2008: 251) menjelaskan bahwa disiplin pelayanan adalah suatu aturan yang dikenalkan dalam memilih pelanggan dari barisan antrian untuk segera dilayani. Adapun pembagian disiplin pelayanan ialah:

1. *First Come First Served (FCFS)* atau *First In First Out (FIFO)*

FCFS/FIFO ialah suatu peraturan dimana yang akan dilayani ialah pelanggan yang datang terlebih dahulu. Contoh di suatu kasir sebuah swalayan, bioskop, pintu tol, SPBU, dan lain-lain.

2. *Last Come First Served (LCFS)* atau *Last In First Out (LIFO)*

LCFS/LIFO merupakan antrian dimana yang datang paling akhir adalah yang dilayani paling awal atau paling dahulu. Contohnya adalah antrian pada satu tumpukan barang di gudang, barang yang terakhir masuk akan berada ditumpukkan paling atas, sehingga akan diambil pertama.

3. *Service In Random Order (SIRO)* atau pelayanan dalam urutan acak atau sering dikenal juga *Random Selection For Services (RSS)*

SIRO/RSS adalah pelayanan atau panggilan didasarkan pada peluang secara random, tidak mempermasalahkan siapa yang lebih dahulu tiba. Contohnya kertas – kertas undian yang menunggu untuk ditentukan pemenangnya, yang diambil secara acak.

4. *Priority Service (PS)*

PS ialah prioritas pelayanan diberikan kepada mereka yang mempunyai prioritas paling tinggi dibandingkan dengan mereka yang memiliki prioritas paling rendah, meskipun yang terakhir ini sudah lebih dahulu tiba dalam garis tunggu. Kejadian seperti ini bisa disebabkan oleh beberapa hal, misalnya seseorang yang keadaan penyakit yang lebih berat dibanding dengan orang lain dalam sebuah rumah sakit.

f. Sumber Pemanggilan

Taha (1996:177) dalam bukunya mengatakan bahwa ukuran sumber pemanggilan adalah banyaknya populasi yang membutuhkan pelayanan dalam suatu sistem antrian. Ukuran sumber pemanggilan dapat terbatas maupun tak terbatas. Sumber pemanggilan terbatas misalnya mahasiswa yang akan melakukan registrasi ulang di suatu universitas, dimana jumlahnya sudah pasti. Sedangkan sumber pemanggilan yang tak terbatas misalnya nasabah bank yang antri untuk menabung atau membuka rekening baru, jumlahnya bisa tak terbatas.

g. Perilaku Manusia

Perilaku manusia merupakan perilaku – perilaku yang mempengaruhi suatu sistem antrian ketika manusia mempunyai peran dalam sistem baik sebagai pelanggan maupun pelayan. Jika manusia berperan sebagai pelayan, dapat melayani pelanggan dengan cepat atau lambat sesuai kemampuannya sehingga mempengaruhi lamanya waktu

tunggu (Taha, 1996:178). Menurut Gross dan Harris (1998:3), perilaku manusia dalam sistem antrian jika berperan sebagai pelanggan adalah sebagai berikut:

1. ***Reneging*** menggambarkan situasi dimana seseorang masuk dalam antrian, namun belum memperoleh pelayanan, kemudian meninggalkan antrian tersebut.
2. ***Balking*** menggambarkan orang yang tidak masuk dalam antrian dan langsung meninggalkan tempat antrian.
3. ***Jockeying*** menggambarkan situasi jika dalam sistem ada dua atau lebih *server* antrian maka orang dapat berpindah antrian dari *server* yang satu ke *server* yang lain.

D. Gambaran Umum Perusahaan

1. Sejarah Singkat Perusahaan

SPBU Kampus 44.06.38 Yogyakarta atau yang sering dikenal dengan nama SPBU Sagan Yogyakarta adalah sebuah perusahaan cabang stasiun bahan bakar umum dibawah naungan PT Pertamina yang bergerak di bidang jasa. SPBU Sagan Yogyakarta ini berdiri pada hari rabu tanggal 26 Agustus 1998, dan diresmikan oleh Sri Sultah Hamengku Buwono X. SPBU Sagan Yogyakarta beralamatkan di Jl. Colombo, Catur Tunggal, Kec.Sleman, Daerah Istimewa Yogyakarta 55281.

2. Visi dan Misi Perusahaan

Visi dan misi SPBU Sagan Yogyakarta ini menganut visi dan misi perusahaan pusat, yaitu visi dan misi PT Pertamina. Adapun visi dan misi PT Pertamina adalah sebagai berikut:

a. Visi SPBU Sagan Yogyakarta

Menjadi perusahaan energi nasional kelas dunia.

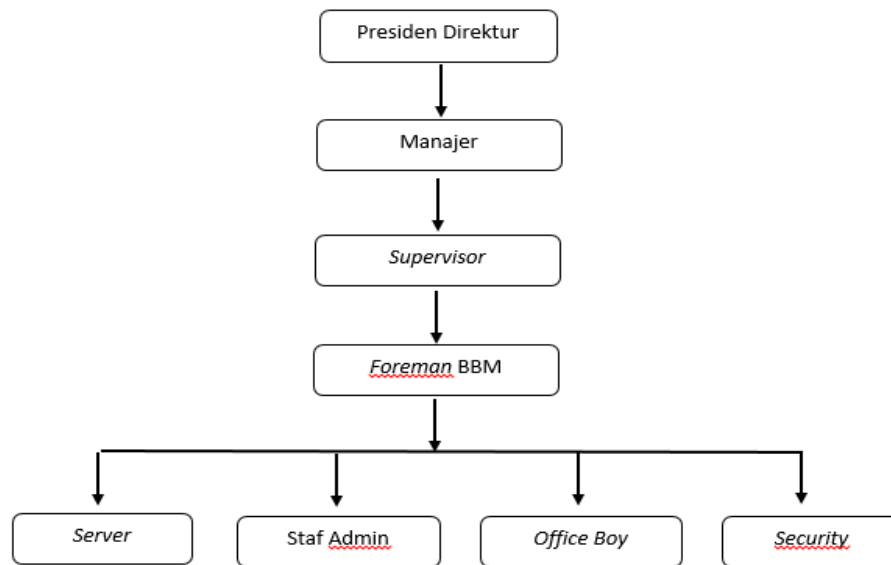
b. Misi SPBU Sagan Yogyakarta

Menjalankan usaha minyak, gas, serta energi baru dan terbarukan secara terintegrasi, berdasarkan prinsip-prinsip komersial yang kuat.

3. Struktur Organisasi Perusahaan

Struktur organisasi merupakan sebuah gambaran secara sistematis mengenai hubungan kerjasama orang-orang yang terdapat dalam satu usaha untuk mencapai suatu tujuan. Struktur organisasi tersebut menjelaskan tentang tugas, fungsi, tanggung jawab dan wewenang yang dimiliki para tenaga kerja. Setiap fungsi yang dijalankan dengan tanggung jawab dapat digunakan dalam mencapai tujuan perusahaan. Koordinasi dapat dilaksanakan dengan mudah sehingga setiap bagian dari fungsi-fungsi dalam organisasi tersebut dapat menjalin sebuah kerjasama. Hal ini akan membentuk suatu keharmonisan hubungan antar bagian dalam melaksanakan tugas sehari-hari sehingga tujuan perusahaan akan mudah dicapai.

Adapun struktur organisasi pada SPBU Sagan Yogyakarta dapat dilihat pada gambar 2.1 berikut.



Gambar 2.7 Struktur Organisasi SPBU Sagan Yogyakarta

Adapun fungsi struktur organisasi pada SPBU adalah sebagai berikut.

a. Presiden Direktur

Merupakan pihak yang bertindak sebagai pemimpin serta menjalankan perusahaan. Adapun tugas dari Presiden Direktur adalah sebagai berikut:

1. Memimpin dan mengendalikan semua kegiatan SPBU.
2. mengelola kekayaan SPBU
3. mengkoordinasikan dan mengendalikan kegiatan pengadaan dan peralatan perlengkapan.
4. Merencanakan dan mengembangkan sumber-sumber pendapatan serta pembelanjaan dan kekayaan perusahaan

b. Manajer

Manajer merupakan orang yang mengintegrasikan berbagai macam variabel seperti karakteristik, budaya, pendidikan dan latar belakang ke dalam suatu tujuan organisasi yang sama dengan cara melakukan

mekanisme penyesuaian. Dimana ada pengarahan yang mencakup pembuatan keputusan, kebijakan, supervise, rancangan organisasi dan pekerjaan serta seleksi, pelatihan, penilaian dan pengembangan.

Tugas Manajer SPBU adalah sebagai berikut:

1. Mewakili SPBU dihadapan PERTAMINA.
2. Menetapkan keputusan-keputusan Internal SPBU.
3. Melakukan proses pengadaan BBM.
4. Melaksanakan manajemen personalia SPBU.

c. *Supervisor*

Supervisor merupakan pihak yang mengevaluasi efektivitas dan efisiensi pelaksanaan tugas dalam menjalankan orang dan usaha yang sedang dijalankan serta menilai hasil yang telah diperoleh terkait dengan pencapaian tujuan perusahaan, untuk mengetahui permasalahan yang dihadapi oleh perusahaan.

Tugas *Supervisor* adalah sebagai berikut:

1. Bertanggung jawab terhadap seluruh kegiatan operasional.
2. Monitoring Kuantitas dan kualitas BBM.
3. Monitoring penjualan dan persediaan BBM.

d. Pengawas / *Foreman* BBM

Pengawasan merupakan suatu upaya yang sistematis untuk memperoleh kinerja standar pada perencanaan., membandingkan kinerja aktual dengan standar yang telah ditentukan serta menetapkan apakah telah terjadi suatu penyimpangan dan mengambil tindakan perbaikan yang

diperlukan untuk menjamin sumber daya perusahaan yang telah digunakan seoptimal mungkin guna mencapai tujuan perusahaan.

Adapun tugas Pengawas/ *Forman* BBM adalah sebagai berikut:

1. Bertanggung jawab atas kegiatan operasional penjualan BBM.
2. Bertanggung jawab atas kegiatan perawatan alat dan fasilitas (mesin pompa).
3. Mengkoordinasi penjadwalan *shift*.
4. Menyelesaikan kegiatan administrasi umum.
5. Melakukan pembuatan transaksi keuangan.

e. Staf Administrasi

Staf Administrasi merupakan orang yang melakukan pencatatan dan segala sesuatu yang berhubungan dengan administrasi yang ada di SPBU.

Tugas dari Staf Administrasi adalah sebagai berikut:

1. Melakukan tugas surat-menyurat, dokumentasi dan pengarsipan.
2. Melaksanakan kegiatan pelayanan kantor, penyediaan fasilitas (mesin pompa) dan layanan administrasi sesuai ketentuan yang telah berlaku untuk mendukung kelancaran operasional perusahaan.
3. Membuat rencana dan mengevaluasi kerja harian dan bulanan untuk memastikan tercapainya kualitas target kerja yang dipersyaratkan dan sebagai bahan informasi kepada atasan.

f. *Server*

Server adalah orang yang berhadapan langsung dengan pelanggan pada saat pengisian BBM.

Adapun tugas dari *Server* adalah sebagai berikut:

1. Melayani konsumen dalam pengisian BBM.
2. Menjaga kebersihan lingkungan dan alat.
3. Melakukan kegiatan perawatan harian untuk pompa, tangki, dan generator.
4. Melakukan pembersihan rutin seluruh fasilitas (mesin pompa) dalam kompleks SPBU.

g. *Office boy*

Office boy merupakan orang yang melakukan pembersihan di area SPBU setiap hari. Tugas *office boy* adalah sebagai berikut:

1. Melakukan pembersihan rutin seluruh fasilitas (mesin pompa) dalam kompleks SPBU.
2. Menjaga kebersihan lingkungan dan alat.

h. *Security*

Security merupakan pihak yang melakukan pengamanan terhadap segala kegiatan yang ada di SPBU. Tugas *security* antara lain adalah sebagai berikut:

1. Melakukan pengamanan terhadap sarana dan fasilitas (mesin pompa) pekerja dan konsumen di area SPBU
2. Mengatur ketertiban arus lalu lintas kendaraan konsumen di area SPBU.
3. Menutup *Server* masuk dan keluar bila SPBU tidak beroperasi.

E. Notasi Kendall

Notasi baku untuk memodelkan suatu sistem antrian pertama kali dikemukakan oleh D.G.Kendall dalam bentuk $a/b/c$, dan dikenal sebagai notasi Kendall. Namun, A.M. Lee menambahkan simbol d dan e sehingga menjadi $a/b/c/d/e$ yang disebut notasi Kendall-Lee (Taha, 1996:627).

Menurut Taha (1997:186), notasi Kendall-Lee tersebut perlu ditambah dengan simbol f , sehingga karakteristik suatu antrian dapat dinotasikan dalam format baku $(a/b/c):(d/e/f)$. Notasi dari a sampai f tersebut berturut – turut menyatakan distribusi kedatangan, distribusi waktu pelayanan, jumlah *Server* pelayanan, disiplin pelayanan, kapasitas sistem, dan ukuran sumber pemanggilan. Notasi a sampai f dapat digantikan dengan simbol – simbol yang diberikan dalam Tabel 2.1.

Tabel 2.1
Simbol – Simbol Pengganti Notasi Kendall-Lee

Notasi	Simbol	Keterangan
a dan b	M	Markov menyatakan kedatangan dan kepergian berdistribusi poisson (waktu antar kedatangan berdistribusi Eksponensial)
	D	Deterministik menyatakan waktu antar kedatangan atau waktu pelayanan konstan
	E_k	Waktu antar kedatangan atau waktu pelayanan berdistribusi Erlang
	GI	Distribusi independen umum dari kedatangan (atau waktu antar kedatangan)
	G	Distribusi umum dari keberangkatan (waktu pelayanan)
D	FCFS/FIFO	<i>First Come First Served/ First In First Out</i>
	LCFS/LIFO	<i>Last Come First Served/ Last In First Out</i>
	SIRO	<i>Service in random order</i>
	PS	<i>Priority Service</i>
c,e,f	1,2,3... ∞	

F. Proses Kelahiran dan Kematian (*Birth – Death Process*)

Menurut Winston (1994:115), proses kelahiran dan kematian merupakan proses penjumlahan dalam suatu sistem dimana keadaan sistem selalu menghasilkan n bilangan bulat positif. Keadaan sistem pada saat t didefinisikan sebagai selisih antara banyaknya kelahiran dan kematian pada saat t . Dengan demikian, keadaan sistem pada saat t dalam suatu sistem antrian yang dinotasikan dengan $N(t)$, adalah selisih antara banyaknya kedatangan dan kepergian pada saat t .

Misal banyaknya kedatangan pelanggan pada saat t dinotasikan dengan $X(t)$ dan banyaknya kepergian pada saat t dinotasikan dengan $Y(t)$, maka banyaknya pelanggan yang berada dalam sistem pada saat t adalah $N(t) = X(t) - Y(t)$. Sedangkan peluang terdapat pelanggan dalam sistem antrian pada saat t dinotasikan dengan $P(N(t) = n)$ atau $P_n(t)$.

Akan dicari peluang terdapat n pelanggan dalam suatu sistem antrian pada saat t . Namun sebelumnya, diberikan definisi – definisi yang digunakan pada pembahasan selanjutnya.

Definisi 2.1 (Hogg dan Tanis, 2001:66)

Kejadian A_1, A_2, \dots, A_k dikatakan kejadian – kejadian yang saling asing jika $A_i \cap A_j = \emptyset, i \neq j$

Definisi 2.2 (Bain dan Engelhardt, 1992:9)

Jika sebuah percobaan A_1, A_2, A_3, \dots adalah kejadian yang mungkin terjadi pada ruang sampel S . Fungsi peluang merupakan fungsi yang mengawankan setiap

kejadian A dengan bilangan real $P(A)$ dan $P(A)$ disebut peluang kejadian A jika memenuhi ketentuan berikut.

1. $0 \leq P(A) \leq 1$

2. $P(S) = 1$

3. Jika $A_1, A_2, A_3, A_4, \dots$ adalah kejadian yang saling asing, maka

$$P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 \dots) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + P(A_4) + \dots$$

Definisi 2.3 (Hogg dan Tanis, 2001 : 96)

Kejadian A dan B dikatakan saling bebas jika dan hanya jika

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Jika kejadian A dan B tidak memenuhi kondisi tersebut maka disebut kejadian bergantung.

Definisi 2.4 (Ross, 1999 : 60)

$o(\Delta t)$ merupakan suatu fungsi atas Δt dengan ketentuan

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{o(\Delta t)}{\Delta t} = 0$$

Definisi 2.5 (Purcell & Varberg, 1987 : 141)

$$f'(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{f(t + \Delta t) - f(t)}{\Delta t} = \frac{df(t)}{dt}$$

Asal limit fungsinya ada.

Teorema 2.1 (Bartle dan Sherbert, 2000 : 176-177) Misal f dan g didefinisikan

pada $[a, b]$, misal $f(a) = g(a) = 0$, sehingga $\frac{f(a)}{g(a)} = \frac{0}{0}$ dikatakan *indeterminate*

dan $g(x) \neq 0$ untuk $a < x < b$. Jika f dan g terdeferensial di a dan $g'(a) \neq 0$

maka limit dari $\frac{f}{g}$ di a ada dan sama dengan $f'(a)/g'(a)$, Sehingga

$$\lim_{x \rightarrow a+} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(a)}{g'(a)}$$

Teorema tersebut disebut dengan aturan L'Hopital.

Bukti

Jika $f(a) = g(a) = 0$ untuk $a < x < b$ berlaku

$$\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)} = \frac{\frac{f(x) - f(a)}{x - a}}{\frac{g(x) - g(a)}{x - a}}$$

Maka $f'(x) - g'(x)$ berdasarkan definisi (2.5) adalah

$$\lim_{x \rightarrow a+} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a+} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}}{\lim_{x \rightarrow a+} \frac{g(x) - g(a)}{x - a}} = \frac{f'(a)}{g'(a)}$$

Terbukti bahwa $\lim_{x \rightarrow a+} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(a)}{g'(a)}$.

Menurut Wospakrik (1996:297), asumsi – asumsi proses kelahiran dan kematian dalam antrian sebagai berikut:

- i) Semua kejadian pada suatu interval waktu yang sangat pendek (Δt) mempunyai probabilitas yang sama apabila sebanyak n pelanggan berada dalam sistem antrian, maka probabilitas sebuah kedatangan terjadi antara t dan $t + \Delta t$, dinyatakan dengan:

$$P((X(t + \Delta t) - X(t)) = 1) = \lambda_n \Delta t + o(\Delta t)$$

λ merupakan laju kedatangan.

- ii) Probabilitas tidak ada kedatangan antara t dan $t + \Delta t$, dinyatakan dengan:

$$P((X(t + \Delta t) - X(t)) = 0) = 1 - \mu_n \Delta t + o(\Delta t)$$

- iii) Probabilitas ada satu kepergian antara t dan $t + \Delta t$, dinyatakan dengan:

$$P((Y(t) + \Delta t) - Y(t)) = 1) = \mu_n \Delta t + o(\Delta t)$$

μ merupakan laju pelayanan.

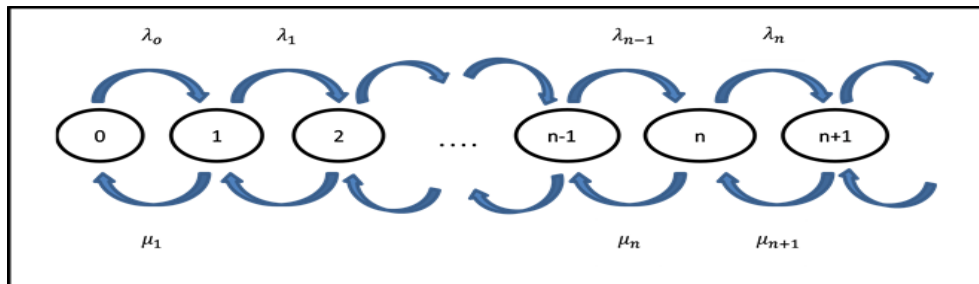
- iv) Probabilitas tidak ada kepergian antara t dan $t + \Delta t$, dinyatakan dengan:

$$P((Y(t + \Delta t) - Y(t)) = 0 = 1 - \mu_n \Delta t + o(\Delta t)$$

- v) Probabilitas terjadi lebih dari satu kejadian pada selang waktu yang sangat pendek adalah sangat kecil sehingga dapat diabaikan, dapat dinyatakan dengan:

$$P((Y(t + \Delta t) - Y(t)) > 1) = o(\Delta t)$$

- vi) Proses kedatangan dan pelayanan merupakan kejadian yang saling bebas. Berdasarkan asumsi (vi), kedatangan dan kepergian merupakan kejadian – kejadian yang saling bebas, sehingga kejadian – kejadian pada interval waktu tertentu tidak mempengaruhi kejadian pada interval waktu sebelumnya atau kejadian pada interval waktu sesudahnya. Proses kedatangan dan kepergian dalam suatu sistem antrian sesuai asumsi – asumsi diatas ditunjukkan pada Gambar 2.8 berikut.



Gambar 2.8 Proses kedatangan dan kepergian dalam suatu sistem antrian
(Taha, 1991 : 622)

Berdasarkan Gambar 2.8 kemungkinan – kemungkinan kejadian saling asing yang dapat terjadi jika terdapat $n(n>0)$ pelanggan dalam sistem pada waktu $t+\Delta t$ adalah sebagai berikut.

Tabel 2.2
Kemungkinan Kejadian terdapat n Pelanggan dalam Sistem pada Saat $t+\Delta t$

Kasus	Banyak Pelanggan pada Waktu (t)	Banyak kedatangan pada Waktu (Δt)	Banyak Kepergian pada Waktu (Δt)	Banyak Pelanggan pada Waktu (t+ Δt)
1	n	0	0	n
2	n+1	0	1	n
3	n-1	1	0	n
4	n	1	1	n

Menurut asumsi (vi), kedatangan dan kepergian merupakan kejadian yang saling bebas, sehingga peluang dari masing-masing kejadian tersebut adalah sebagai berikut.

- 1) Peluang kasus 1 = $P_n(t)(1 - \lambda_n \Delta t + o(\Delta t))(1 - \mu_n \Delta t + o(\Delta t))$
- 2) Peluang kasus 2 = $P_{n+1}(t)(1 - \lambda_{n+1} \Delta t + o(\Delta t))(\mu_{n+1} \Delta t + o(\Delta t))$
- 3) Peluang kasus 3 = $P_{n-1}(t)(\lambda_{n-1} \Delta t + o(\Delta t))(1 - \mu_{n-1} \Delta t + o(\Delta t))$

$$= (\lambda_{n-1} \Delta t + o(\Delta t))P_{n-1}(t)$$
- 4) Peluang kasus 4 adalah $o(\Delta t)$, sesuai dengan asumsi (v)

Karena kasus-kasus tersebut saling asing, maka peluang terdapat n pelanggan dalam sistem ($n \geq 1$) pada saat ($t + \Delta t$) dinyatakan dengan:

$P_n(t + \Delta t) = P$ (kasus 1 atau kasus 2 atau kasus 3 atau kasus 4)

$P_n(t + \Delta t) = \text{Peluang Kasus 1} + \text{Peluang Kasus 2} + \text{Peluang Kasus 3} +$
Peluang Kasus 4

$$\begin{aligned} P_n(t + \Delta t) &= P_n(t)(1 - \lambda_n \Delta t + o(\Delta t))(1 - \mu_n \Delta t + o(\Delta t)) \\ &\quad + (t)(1 - \lambda_{n+1} \Delta t + o(\Delta t))(\mu_{n+1} \Delta t + o(\Delta t))(\lambda_{n-1} \Delta t + o(\Delta t))P_{n-1}(t) \\ &\quad + o(\Delta t) \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$= P_n(t) - P_n(t)(\lambda_n \Delta t) - P_n(t)(\mu_n \Delta t) + P_{n+1}(t)(\mu_{n+1} \Delta t) + P_{n-1}(t)(\lambda_{n-1} \Delta t) + o(\Delta t) \quad (2.2)$$

Pada persamaan (2.2) dikurangkan $P_n(t)$ pada ruas kanan dan kiri kemudian dibagi dengan Δt maka didapatkan:

$$\frac{P_n(t + \Delta t) - P_n(t)}{\Delta t} = P_{n-1}(t)(\lambda_{n-1}) + P_{n+1}(t)(\mu_{n+1}) - P_n(t)(\lambda_n) - P_n(t)(\mu_n) + \frac{o(\Delta t)}{\Delta t} \quad (2.3)$$

Karena Δt sangat kecil dan mendekati nol, maka berdasarkan definisi 2.5 didapatkan:

$$\begin{aligned} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P_n(t + \Delta t) - P_n(t)}{\Delta t} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} [P_{n-1}(t)(\lambda_{n-1}) + P_{n+1}(t)(\mu_{n+1}) - P_n(t)(\lambda_n) - P_n(t)(\mu_n) + \frac{o(\Delta t)}{\Delta t}] \\ \frac{dP_n(t)}{dt} &= P_{n-1}(t)(\lambda_{n-1}) + P_{n+1}(t)(\mu_{n+1}) - P_n(t)(\lambda_n) - P_n(t)(\mu_n) \\ &= -(\lambda_n + \mu_n)P_n(t) + (\mu_{n+1})P_{n+1}(t) + (\lambda_{n-1})P_{n-1}(t) \end{aligned} \quad (2.4)$$

Persamaan (2.4) merupakan dasar penghitungan peluang terdapat n pelanggan pada proses kedatangan murni dan kepergian murni. Persamaan 2.4 disebut sebagai Persamaan Kolmogorov, untuk $n \geq 1$.

Selanjutnya akan dibahas secara khusus peluang terdapat n pelanggan untuk nilai $n = 0$. Pada saat jumlah pelanggan dalam sistem adalah nol, maka peluang terjadinya nol kepergian pelanggan pada kasus 1 adalah satu.

Peluang terdapat n pelanggan, dengan $n = 0$ dalam waktu $(t + \Delta t)$ adalah

$$P_n(t + \Delta t) = P(\text{kasus 1 atau kasus 2 atau kasus 4})$$

$$P_n(t + \Delta t) = \text{Peluang Kasus 1} + \text{Peluang Kasus 2} + \text{Peluang Kasus 4}$$

$$\begin{aligned} P_n(t + \Delta t) &= P_n(t)(1 - \lambda_n \Delta t + o(\Delta t))(1) \\ &\quad + P_{n+1}(t)(1 - \lambda_{n+1} \Delta t + o(\Delta t))(\mu_{n+1} \Delta t + o(\Delta t)) + o(\Delta t) \end{aligned}$$

Nilai $n=0$ maka diperoleh

$$\begin{aligned} P_0(t + \Delta t) &= P_0(t)(1 - \lambda_0 \Delta t + o(\Delta t))(1) \\ &\quad + P_1(t)(1 - \lambda_1 \Delta t + o(\Delta t))(\mu_1 \Delta t + o(\Delta t)) + o(\Delta t) \\ &= P_0(t)(1 - \lambda_0 \Delta t + o(\Delta t)) + P_1(t)(\mu_1 \Delta t) + o(\Delta t) \\ &= P_0(t)(\lambda_0 \Delta t) + P_1(t)(\mu_1 \Delta t) + o(\Delta t) \\ P_0(t + \Delta t) &= P_0(t) - P_0(t)(\lambda_0 \Delta t) + P_1(t)(\mu_1 \Delta t) + o(\Delta t) \end{aligned} \tag{2.5}$$

Pada persamaan (2.5) dikurangkan $P_0(t)$ pada ruas kanan dan kiri kemudian dibagi dengan Δt maka didapatkan:

$$\frac{P_0(t + \Delta t) - P_0(t)}{\Delta t} = P_1(t)(\mu_1) - P_0(t)(\lambda_0) + \frac{o(\Delta t)}{\Delta t}$$

Karena Δt sangat kecil dan mendekati nol, maka berdasarkan definisi 2.5 didapatkan

$$\begin{aligned} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P_0(t + \Delta t) - P_0(t)}{\Delta t} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} [P_1(t)(\mu_1) + P_0(t)(\lambda_0) + \frac{o(\Delta t)}{\Delta t}] \\ \frac{dP_0(t)}{dt} &= P_1(t)(\mu_1) - P_0(t)(\lambda_0) \quad , n = 0 \end{aligned} \tag{2.6}$$

Persamaan (2.4) dan (2.6) merupakan Persamaan Kolmogorov yang digunakan sebagai dasar untuk menentukan peluang bahwa ada n pelanggan dengan nilai $n \geq 1$ dan $n = 0$ pada selang waktu $(t, t + \Delta t)$, dapat diringkas sebagai berikut:

$$\frac{dP_n(t)}{dt} = \begin{cases} \frac{dP_n(t)}{dt} = -(\lambda_n + \mu_n)P_n(t) + (\mu_{n+1}) + P_{n-1}(t)(\lambda_{n-1}) & , n \geq 1 \\ \frac{dP_0(t)}{dt} = P_1(t)(\mu_1) - P_0(t)(\lambda_0) & , n = 0 \end{cases} \quad (2.7)$$

G. Ukuran *Steady-State* dari Kinerja

Ukuran *steady-state* sistem antrian disimbolkan dengan ρ dan dapat dihitung dengan rumus:

$$\rho = \frac{\lambda}{c \cdot \mu} < 1 \quad (2.8)$$

Dengan: λ : Rata-rata banyak pelanggan yang datang

μ : Rata-rata laju pelayanan

c : Banyak *server*

Kondisi *steady-state* dapat terpenuhi jika $\rho < 1$ yang berarti bahwa $\lambda < c\mu$. Sedangkan jika $\rho > 1$ maka kedatangan dengan terjadi dengan kelajuan yang lebih cepat daripada yang ditampung oleh *server*, keadaan berlaku apabila $\rho = 1$.

Berdasarkan informasi tersebut dapat dihitung ukuran-ukuran kinerja yaitu jumlah pelanggan yang diperkirakan dalam sistem (L_s), jumlah pelanggan yang diperkirakan dalam antrian (L_q), waktu menunggu yang diperkirakan dalam sistem (W_s), dan waktu menunggu yang diperkirakan dalam antrian (W_q).

H. Model Antrian

Dalam mengoptimalkan pelayanan dapat ditentukan waktu pelayanan, banyaknya jalur antrian, jumlah pelayanan yang tepat dengan menggunakan model-model antrian. Ada empat model yang paling sering digunakan dapat dilihat dari Tabel berikut:

Tabel 2.3
Model Antrian

Model	Nama (nama teknis dalam kurung)	Contoh	Jumlah Server	Pola jumlah tahapan	Pola tingkat kedatangan	Waktu pelayanan	Ukuran antrian	Aturan
A	Sistem sederhana (M/M/1)	Meja informasi di departemen store	Tunggal	Tunggal	Poisson	Eksponensial	Tidak terbatas	FIFO
B	Server berganda (M/M/C)	Loket tiket penerbangan	Berganda	Tunggal	Poisson	Eksponensial	Tidak terbatas	FIFO
C	Pelayanan konstan (M/D/1)	Tempat pencucian mobil otomatis	Tunggal	Tunggal	Poisson	Konstan	Tidak terbatas	FIFO
D	Populasi terbatas	Bengkel yang dapat memiliki selusin mesin yang dapat rusak	Tunggal	Tunggal	Poisson	Eksponensial	Terbatas	FIFO

Sumber Heizer dan Render (2005:426)

Keempat model di atas menggunakan asumsi sebagai berikut:

1. Kedatangan merupakan distribusi poisson.
2. Penggunaan aturan FIFO.
3. Pelayanan satu tahap.

Penjabaran dari model di Tabel 2.3 sebagai berikut:

1. Model antrian $[M/M/1]:[GD/\infty/\infty]$ (*Single Chanel Single Phase* atau antrian *Server* tunggal)

Pada model ini sistem antrian yang digunakan menggunakan pola kedatangan berdistribusi poisson dan pola pelayanan berdistribusi eksponensial dengan jumlah *server* satu, kapasitas sistem tak terbatas, sumber pemanggilan tak terbatas serta disiplin pelayanan yang digunakan adalah *first-in first-out* (FIFO). $[M/M/1]:[GD/\infty/\infty]$ adalah model antrian dengan satu *server*, yang dapat digunakan sebagai pendekatan untuk berbagai sistem antrian sederhana.

Pada model antrian ini M (Markov) yang pertama menyatakan distribusi Poisson, M yang kedua menyatakan distribusi Poisson/Eksponensial, 1 berarti *Single server*, GD (General Disciplin) menyatakan *First-In First-Out* (FIFO) dan ∞ menyatakan antrian tak terhingga (Kakiy, 2004:48)

Pada sistem ini, diasumsikan bahwa laju kedatangan tidak bergantung pada jumlah di sistem tersebut, yaitu $\lambda_n = \lambda$ untuk semua n . Demikian pula diasumsikan bahwa pelayanan tunggal dalam sistem tersebut menyelesaikan pelayanan dengan kecepatan konstan, yaitu $\mu_n = \mu$ untuk semua n . Akibatnya model antrian ini memiliki kedatangan dengan mean λ dan keberangkatan dengan mean μ .

Jika λ menyatakan rata-rata laju kedatangan dan μ menyatakan rata-rata laju pelayanan pelanggan, maka waktu antar kedatangan yang

diharapkan adalah $\frac{1}{\lambda}$ dan waktu pelayanan adalah $\frac{1}{\mu}$, *steady state* tercapai jika $\rho = \frac{\lambda}{\mu} < 1$.

Dengan mendefinisikan $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$, maka P_n dalam model yang digeneralisasi menjadi

$$P_n = \rho^n P_0, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.9)$$

Dengan menggunakan fakta bahwa jumlah semua P_n untuk $n = 1, 2, 3, \dots$, sama dengan 1, sehingga diperoleh

$$P_0(1 + \rho + \rho^2 + \dots) = 1 \quad (2.10)$$

Dari persamaan diatas terlihat jelas bahwa $1 + \rho + \rho^2 + \dots$ merupakan deret geometri. Deret geometri dengan suku pertama adalah 1 dan rasionya ρ , jika di asumsikan bahwa $\rho < 1$, maka

$$P_0 = \left(\frac{1}{1-\rho}\right) = 1 \quad (2.11)$$

atau

$$P_0 = 1 - \rho \quad (2.12)$$

Dari persamaan 2.9 dan 2.12 apabila disubstitusikan diperoleh peluang *steady state* dalam sistem ini secara umum adalah sebagai berikut:

$$P_n = (1 - \rho)\rho^n, \quad n = 1, 2, 3, \dots (\rho < 1) \quad (2.13)$$

Apabila $\rho > 1$ maka tidak tercapai *steady state* pada sistem tersebut, karena banyak pelanggan yang datang lebih cepat dari kemampuan pelayanan sehingga terjadi penumpukan pelanggan dalam

sistem. Sedangkan apabila nilai $\rho = 0$ maka tidak terjadi *steady state*, karena tidak terdapat antrian sama sekali.

Ukuran-ukuran kinerja pada saat *seady state* pada model antrian [M/M/1]:[GD/ ∞/∞] adalah sebagai berikut:

(1) Rata-rata banyak pelanggan dalam sistem (L_s)

$$\begin{aligned}
 L_s &= \sum_{n=1}^{\infty} n P_n \\
 &= \sum_{n=1}^{\infty} n (1 - \rho) \rho^n \\
 &= \sum_{n=1}^{\infty} (n - n\rho) \rho^n \\
 &= \sum_{n=1}^{\infty} (n\rho^n - n\rho^{n+1}) \\
 &= \sum_{n=1}^{\infty} n\rho^n - \sum_{n=1}^{\infty} n\rho^{n+1} \\
 &= (\rho + 2\rho^2 + 3\rho^3 + \dots) - (\rho^2 + 2\rho^3 + 3\rho^4 + \dots) \\
 &= \rho + \rho^2 + \rho^3 + \dots \\
 &= \rho (1 + \rho + \rho^2 + \rho^3 + \dots) \\
 &= \rho \left(\frac{1}{1-\rho} \right) \\
 &= \frac{\rho}{1-\rho} \\
 &= \frac{\frac{\lambda}{\mu}}{1 - \frac{\lambda}{\mu}} \\
 &= \frac{\frac{\lambda}{\mu}}{\frac{\mu - \lambda}{\mu}} \\
 &= \frac{\lambda}{\mu - \lambda}
 \end{aligned}$$

$$\text{Jadi } L_s = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} \quad (2.14)$$

(Bhat,2008:36)

(2) Rata-rata banyak pelanggan dalam antrian (L_q)

$$\begin{aligned}
L_q &= \sum_{n=1}^{\infty} (n-1) P_n \\
&= \sum_{n=1}^{\infty} n P_n - \sum_{n=1}^{\infty} P_n \\
&= \sum_{n=1}^{\infty} n P_n - \sum_{n=1}^{\infty} (1-\rho) \rho^n \\
&= \sum_{n=1}^{\infty} n P_n - \sum_{n=1}^{\infty} \rho^n - \rho^{n+1} \\
&= \sum_{n=1}^{\infty} n P_n - \sum_{n=1}^{\infty} \rho^n - \sum_{n=1}^{\infty} \rho^{n+1} \\
&= \frac{\rho}{1-\rho} - (\rho + \rho^2 + \rho^3 + \dots) - (\rho^2 + \rho^3 + \rho^4 + \dots) \\
&= \frac{\rho}{1-\rho} - \rho \\
&= \frac{\rho}{1-\rho} - \frac{\rho(1-\rho)}{1-\rho} \\
&= \frac{\rho^2}{1-\rho} \\
&= \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2}{\frac{\mu-\lambda}{\mu}} \\
&= \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)}
\end{aligned}$$

Jadi $L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)}$ (2.15)

(Bhat, 2008: 36)

(3) Rata-rata waktu yang dihabiskan seorang pelanggan dalam sistem (W_s)

Menurut rumus Little $L_s = \lambda W_s$, sedangkan pada sistem antrian [M/M/1]:[GD/∞/∞] maka

$$\begin{aligned}
W_s &= \frac{L_s}{\lambda} \\
&= \frac{\frac{\lambda}{\mu-\lambda}}{\lambda}
\end{aligned}$$

$$= \frac{1}{\mu - \lambda}$$

$$\text{Jadi } W_s = \frac{1}{\mu - \lambda} \quad (2.16)$$

(Kakiay, 2008:56)

(4) Rata-rata waktu yang dihabiskan seorang pelanggan dalam antrian (W_q)

$$W_q = W_s - \frac{1}{\mu}$$

$$= \frac{1}{\mu - \lambda} - \frac{1}{\mu}$$

$$= \frac{\mu - \mu + \lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$= \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$\text{Jadi } W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} \quad (2.17)$$

(Kakiay, 2008:56-57)

2. Model antrian $[M/M/c]:[GD/\infty/\infty]$ (*Multi Chanel Single Phase* atau model antrian *Server* berganda)

Model antrian ini memiliki notasi kendall yaitu $[M/M/c]:[GD/\infty/\infty]$ dimana waktu antar kedatangan dan pelayanan terdistribusi eksponensial, terdapat c server, disiplin pelayanan yang digunakan adalah *First-In First-Out* (FIFO) kapasitas sistem tidak terbatas, dan sumber pemanggilan yang tak terbatas.

Model ini dapat ditemui pada stasiun pengisian bahan bakar umum (SPBU) yang memiliki beberapa mesin pompa dimana setiap pelanggan yang datang bebas memilih pompa yang akan mengisi kendaraanya dan setelah itu keluar meninggalkan stasiun pengisian.

Apabila terdapat lebih dari satu fasilitas pelayanan, maka pelanggan akan memasuki fasilitas yang kosong atau fasilitas yang baru saja menyelesaikan pelayanan dan ditinggalkan oleh pelanggan sebelumnya. Dalam hal ini terdapat beberapa kemungkinan bentuk garis tunggu (1) pelanggan membentuk garis tunggu untuk kemudian menuju *server* yang kosong yang akan melayaninya dan (2) pelanggan membentuk garis tunggu di depan fasilitas pelayanan sesuai dengan jumlah *server* yang bertugas. Bentuk antrian ini memungkinkan pelanggan baru yang datang dapat memilih untuk memasuki antrian yang terpendek.

Para pelanggan tiba dengan laju konstan λ dan maksimum c pelanggan dapat dilayani secara bersamaan dan laju pelayanan per *server* adalah μ .

Pengaruh penggunaan *server* pelayan yang paralel adalah mempercepat laju pelayanan dengan memungkinkan dilakukannya beberapa pelayanan secara bersamaan. Jika jumlah pelanggan dalam sistem adalah n , dan $n \geq c$, maka laju keberangkatan gabung dari sarana tersebut sama dengan μ . Sedangkan jika $n < c$, maka laju pelayanan adalah $n\mu$. Jadi dalam bentuk model yang digeneralisasikan diperoleh

$$\lambda_n = \lambda \quad , \quad n > 0 \quad (2.18)$$

$$\mu_n = \begin{cases} n\mu & , n \leq c \\ c\mu & , n \geq c \end{cases} \quad (2.19)$$

P_n untuk $n < c$ sebagai

$$P_n = \rho \cdot P_0$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\lambda^n}{\mu(2\mu)(3\mu) \dots (n\mu)} P_0 \\
&= \frac{\lambda^n}{n! \mu^n} P_0
\end{aligned} \tag{2.20}$$

P_n untuk $n > c$ sebagai

$$\begin{aligned}
P_n &= \rho \cdot P_0 \\
&= \frac{\lambda^n}{\mu(2\mu) \dots (c-1)\mu(c\mu)(c\mu)} P_0 \\
&= \frac{\lambda^n}{c! c^{n-1} \mu^n} P_0
\end{aligned} \tag{2.21}$$

Karena $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ maka nilai P_0 ditentukan dari $\sum_{n=0}^{\infty} P_n = 1$ yang

memberikan

$$P_0 \left\{ \sum_{n=0}^{c-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^c}{c!} \sum_{n=c}^{\infty} \frac{\rho^{n-c}}{c^{n-c}} \right\} = 1 \tag{2.22}$$

$$P_0 = \left\{ \sum_{n=0}^{c-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^c}{c!} \sum_{n=c}^{\infty} \frac{\rho^{n-c}}{c^{n-c}} \right\}^{-1} \tag{2.23}$$

Jika dimisalkan $j = n - c$ maka diperoleh

$$P_0 = \left\{ \sum_{n=0}^{c-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^c}{c!} \sum_{j=0}^{\infty} \left(\frac{\rho}{c}\right)^j \right\}^{-1} \tag{2.24}$$

Karena $\sum_{j=0}^{\infty} \left(\frac{\rho}{c}\right)^j$ merupakan deret geometri tak hingga, maka

$$P_0 = \left\{ \sum_{n=0}^{c-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^c}{c!} \left(\frac{1}{1-\frac{\rho}{c}}\right) \right\}^{-1} \text{ dengan } \frac{\rho}{c} < 1$$

atau

$$P_0 = \frac{1}{\left[\sum_{n=0}^{c-1} \frac{1}{n!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \right] + \frac{1}{c!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^c \frac{c\mu}{c\mu - \lambda}} \tag{2.25}$$

Selanjutnya mencari ukuran L_q , L_s , W_q , W_s .

Jika diketahui $\frac{\rho}{c} < 1$ atau $\frac{\lambda}{c\mu} < 1$ maka

$$L_q = \sum_{n=c}^{\infty} (n - c) P_n \text{ dengan } k = n - c \quad (2.26)$$

Maka diperoleh

$$L_q = \sum_{n=c}^{\infty} k P_{k+c} = \sum_{n=c}^{\infty} k \frac{\rho^{k+c}}{c^k s!} P_0 = P_0 \frac{\rho^c}{s!} \frac{\rho}{c} \sum_{k=0}^{\infty} k \left(\frac{\rho}{c}\right)^{k-1} \quad (2.27)$$

dan

$$\sum_{k=0}^{\infty} k \left(\frac{\rho}{c}\right)^{k-1} = \frac{d}{d\left(\frac{\rho}{c}\right)} \sum_{k=0}^{\infty} k \left(\frac{\rho}{c}\right)^k = \frac{d}{d\left(\frac{\rho}{c}\right)} \left[\frac{1}{1 - \frac{\rho}{c}} \right] = \frac{1}{\left(1 - \frac{\rho}{c}\right)^2} \quad (2.28)$$

maka

$$\begin{aligned} L_q &= P_0 \frac{\rho^c}{c!} \frac{\rho}{c} \left[\frac{1}{\left(1 - \frac{\rho}{c}\right)^2} \right] \\ &= P_0 \frac{\rho^c}{c!} \frac{\rho}{c} \left[\frac{c^2}{(c-\rho)^2} \right] \\ &= P_0 \frac{\rho^c}{c(c-1)!} \frac{\rho}{c} \left[\frac{c^2}{(c-\rho)^2} \right] \\ &= P_0 \frac{\rho^c}{(c-1)!} \rho \left[\frac{c^2}{(c-\rho)^2} \right] \\ &= P_0 \left(\frac{\rho^{c+1}}{(c-1)!} \frac{1}{(c-\rho)^2} \right) \end{aligned}$$

Sehingga diperoleh

$$L_q = P_0 \left(\frac{\rho^{c+1}}{(c-1)!} \frac{1}{(c-\rho)^2} \right) \quad (2.29)$$

$$L_s = L_q + \rho \quad (2.30)$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \quad (2.31)$$

$$W_s = W_q + \frac{\lambda}{\mu} \quad (2.32)$$

I. Distribusi Eksponensial dan Distribusi Poisson

1. Distribusi Eksponensial

Distribusi Eksponensial digunakan untuk menggambarkan distribusi waktu pada fasilitas (mesin pompa) jasa, dimana waktu pelayanan tersebut diasumsikan bersifat bebas. Artinya, waktu untuk melayani pendatang tidak bergantung pada lama waktu yang telah dihabiskan untuk melayani pendatang sebelumnya, dan tidak bergantung pada jumlah pendatang yang menunggu untuk dilayani (Djauhari, 1997:175-176).

Definisi 2.6 (Osaki, 1992:42)

Fungsi densitas peluang dari distribusi eksponensial yaitu

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (x < 0) \\ \lambda e^{-\lambda x} & (x \geq 0) \end{cases} \quad (2.33)$$

dimana λ adalah parameter. Fungsi distribusi kumulatifnya yaitu

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (x < 0) \\ 1 - e^{-\lambda x} & (x \geq 0) \end{cases} \quad (2.34)$$

2. Distribusi Poisson

Suatu eksperimen yang menghasilkan jumlah sukses yang terjadi pada interval waktu ataupun daerah yang spesifik dikenal sebagai eksperimen poisson. Interval waktu tersebut dapat berupa menit, hari, minggu, bulan, maupun tahun. Sedangkan daerah yang spesifik dapat berarti garis, luas, sisi, maupun material (Dimiyati, 1999:309).

Menurut Dimiyati (1999:309), ciri-ciri eksperimen Poisson adalah:

- a. Banyaknya hasil percobaan yang terjadi dalam suatu selang waktu atau suatu daerah tertentu bersifat independen terhadap banyaknya hasil percobaan yang terjadi pada selang waktu atau daerah lain yang terpisah.
- b. Peluang terjadinya suatu hasil percobaan selama suatu waktu yang singkat sekali atau dalam suatu daerah yang kecil, sebanding dengan panjang selang waktu tersebut atau besarnya daerah tersebut.
- c. Peluang bahwa lebih dari satu hasil percobaan akan terjadi dalam selang waktu yang singkat tersebut atau dalam daerah yang kecil tersebut dapat diabaikan.

Definisi 2.7 (Djauhari, 1997:163)

Variabel acak distrit X dikatakan berdistribusi poisson dengan parameter λ jika fungsi peluangnya sebagai berikut.

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}, k = 0, 1, 2, \dots \quad (2.35)$$

J. Model-model Biaya Antrian

Walaupun banyak keputusan antrian yang berhubungan dengan sistem pelayanan (*service*) tergantung pada faktor fisik panjangnya antrian, waktu tunggu (*waiting line*), dan tergantung pada perbandingan biaya minimum sebagai alternatifnya. Menurut Heizer dan Render (2001:808) ada dua biaya, yaitu biaya penyediaan pelayanan yang baik dan biaya menunggu pelanggan. Manajer menginginkan antrian yang cukup pendek sehingga pelanggan tidak merasa jenuh

ataupun tidak senang dan meninggalkan lokasi tanpa membeli atau jadi membeli namun tidak kembali lagi.

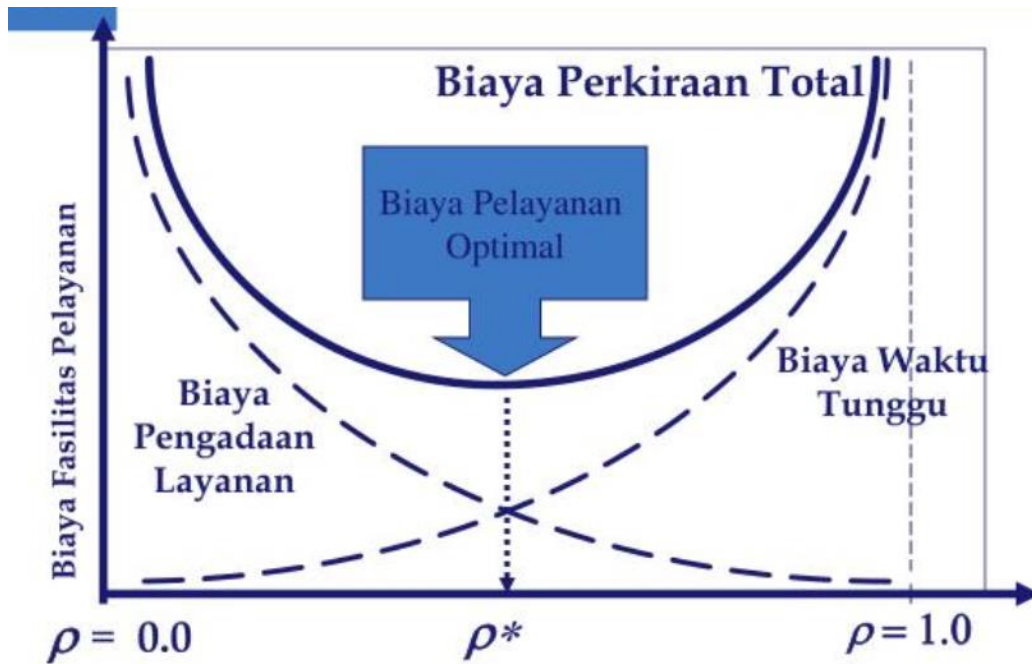
Menurut Russel (1998:784), biaya menunggu adalah:

“waiting cost is loss of business that might result because customers get tired of waiting and leave, then they may purchase the product or service elsewhere.”

Dari kutipan di atas dapat disimpulkan bahwa biaya menunggu adalah suatu kerugian dalam bisnis yang bias ditimbulkan karena pelanggan telah menunggu dan meninggalkannya, lalu mereka mungkin membeli produk atau jasa ditempat lain.

Dalam mengevaluasi fasilitas pelayanan dapat dilihat dari perkiraan biaya tunggu. Biaya tunggu dapat digambarkan sebagai hilangnya produktifitas dari pegawai saat peralatan atau mesin rusak sehingga harus menunggu untuk diperbaiki atau mungkin secara sederhana dapat diartikan biaya pada pelanggan yang hilang karena kurangnya pelayanan atau terjadinya antrian.

Secara umum model sebuah antrian dalam antrian berusaha menyeimbangkan antara biaya pemberi pelayanan dengan biaya waktu tunggu (*waiting cost*) yang saling bertentangan, seperti pada gambar berikut



Gambar 2.9 Hubungan Antara Biaya Menunggu dan Biaya Pelayanan

Penjelasan gambar di atas yaitu apabila tingkat pelayanan meningkat, biaya waktu menunggu pelanggan menurun. Tingkat pelayanan optimum terjadi ketika jumlah kedua biaya (total biaya) ini minimum. Pada gambar 2.8 total biaya minimum yang diharapkan terjadi pada saat kurva biaya pelayanan dan biaya menunggu bertemu (dapat dilihat pada garis putus-putus *vertical*).

Menurut Pangestu Subagyo (1993:268-269) dalam sistem antrian ada dua model biaya yang harus diperhitungkan, yaitu:

1. Biaya pelayanan

Biaya tersebut dapat mencakup:

- a. Biaya tetap investasi awal dalam peralatan atau fasilitas.
- b. Biaya-biaya pemasangan dan latihan bagi karyawan.
- c. Biaya variabel seperti gaji karyawan dan pengeluaran untuk pemeliharaan.

Dengan asumsi biaya penambahan fasilitas pelayanan adalah linear, maka dapat dihitung jumlah biaya pelayanan per periode waktu $E(C_s)$ adalah:

$$E(C_s) = c \cdot C_s \quad (2.36)$$

dengan,

$$C_s = \frac{\text{gaji karyawan (server)}}{\text{jumlah jam kerja} \times \text{jumlah hari kerja}} \quad (2.37)$$

dimana:

$E(C_s)$ = Biaya pelayanan

n = Banyak Server

C_s = Biaya per periode waktu per pelayanan

2. Biaya menunggu

Biaya menunggu terjadi bila suatu sistem mempunyai sumber daya pelayanan yang tidak mencukupi.

Bila manajer yang menghadapi masalah sistem antrian dapat menentukan biaya yang melekat pada seorang individu menganggur dalam sistem pelayanan, maka jumlah biaya menunggu per periode waktu $E(C_w)$, adalah:

$$E(C_w) = L_s \cdot C_w \quad (2.38)$$

dengan,

$$C_w = \frac{\text{rata-rata gaji pengunjung}}{\text{jumlah jam kerja} \times \text{jumlah hari kerja}} \quad (2.39)$$

dimana:

$E(C_w)$ = Biaya menunggu

C_w = Biaya total per unit waktu yang melekat pada waktu rata-rata individu menunggu

L_s = Panjang antrian harapan dalam sistem

Dari biaya pelayanan dan biaya menunggu diatas, maka total expected cost ditentukan jumlah biaya total per periode waktu $E(C_t)$ adalah:

$$E(C_t) = E(C_s) + E(C_w) \quad (2.40)$$

dimana:

$E(C_t)$ = Biaya total yang diharapkan

$E(C_s)$ = Biaya pelayanan

$E(C_w)$ = Biaya menunggu

K. Pengertian Efisiensi

Menurut Jay Heizer dan Barry Render (2001:252), *“Efficiency is of effective capacity actually achieved.”* Dimana dapat diartikan sebagai suatu perbandingan antara kapasitas efektif dengan akibat yang diterima.

Pendapat lain dikemukakan oleh Chase, Aquilano, Jacobs (2001:19), *“Efficiency means doing something at the lowest possible cost.”* Efisiensi berarti melakukan sesuatu hal dengan menggunakan biaya yang serendah mungkin.

Chase, Aquilano, Jacobs (2001:19) juga membedakan antara efisiensi perusahaan manufaktur dan pada perusahaan jasa.

Efisiensi pada perusahaan manufaktur ditunjukan dengan adanya penghematan biaya produksi yang terjadi melalui perbaikan proses kerja perusahaan secara keseluruhan sehingga dapat meningkatkan penjualan dan

pendapatan perusahaan. Sedangkan pada perusahaan jasa peningkatan efisiensi dapat terlihat pada jumlah pelanggan yang menunggu untuk dilayani.

Dari definisi tersebut dapat disimpulkan bahwa efisiensi merupakan suatu cara untuk menghasilkan biaya yang rendah guna meningkatkan *profitabilitas* perusahaan.

L. Hubungan Antara Sistem Antrian dengan Efisiensi Pelayanan

Menurut Heizer dan Render (2001:808) hubungan antara antrian dengan efisiensi biaya pelayanan adalah sebagai berikut:

Pada kegiatan manajer terdapat dua biaya penyediaan pelayanan yang baik dan biaya dari waktu menunggu pelanggan. Dalam beberapa pusat pelayanan, manajer mengubah kapasitas dengan menyiapkan beberapa personil dan mesin sehingga mereka dapat memberikan tempat pelayanan khusus untuk pencegahan atau pengurangan akibat dari antrian yang panjang. Misalnya pada toko grosir, manajer atau pegawai toko yang cadangan dapat menyediakan kasir tambahan. pada tingkat perbaikan pelayanan tertentu (ada percepatan), biaya menunggu yang dikeluarkan pada jalur tunggu menurun.

Biaya tunggu dapat digambarkan sebagai hilangnya produktifitas dari pegawai saat peralatan atau mesin rusak sehingga harus menunggu untuk diperbaiki atau mungkin secara sederhana dapat diartikan biaya pada pelanggan yang hilang karena kurangnya pelayanan atau terjadinya antrian, sehingga dengan menggunakan sistem antrian yang tepat dan sesuai maka manajer dapat mengefisiensikan pelayanan karena biaya menunggu pada pelanggan berkurang.

M. Biaya Operasional SPBU

Biaya operasional SPBU meliputi semua biaya pengeluaran yang diperlukan untuk menjalankan kegiatan perusahaan seperti gaji karyawan, listrik, pajak, dan lain-lain. Berdasarkan keputusan Gubernur Daerah Istimewa Yogyakarta Sri Sultan Hamengkubuwono X sepakat dengan rumusan baru baru pengupahan yang tertuang dalam Peraturan Pemerintah (PP) Nomor 78 tahun 2015 tentang pengupahan yang ditandatangani Presiden Joko Widodo pada 23 Oktober 2015. Upah minimum untuk Kota Yogyakarta adalah Rp. 1.452.400,- (satu juta empat ratus lima puluh dua ribu empat ratus rupiah) per bulan, lama bekerja 7-8 jam per hari, dan mulai berlaku per tanggal 1 Januari 2016. Keputusan yang dirilis melalui website resmi PLN salah satunya mengatur tentang Tarif Dasar Listrik untuk kegiatan bisnis yang menggunakan batas daya 3.500 vA sampai dengan 5.500 vA yaitu sebesar Rp. 1.392,12,- per kWh. Berikut ini merupakan Tabel penetapan penyesuaian tarif tenaga listrik:

Tabel 2.4
Tarif Dasar Listrik Untuk Kepentingan Bisnis

PENETAPAN PENYESUAIAN TARIF TENAGA LISTRIK (TARIFF ADJUSTMENT)					
BULAN FEBRUARI 2016					
NO.	KOD. TARIF	BATAS DAYA	REGULER		PRA BAYAR (Rp kWh)
			BIAYA BEBAN (Rp kVA/bulan)	BIAYA PEMAKAIAN (Rp kWh) DAN BIAYA kVArh (Rp kVArh)	
1.	R-1/TR	1.200 VA	*)	1.392,12	1.392,12
2.	R-1/TR	2.200 VA	*)	1.392,12	1.392,12
3.	R-2/TR	3.500 VA s.d. 5.500 VA	*)	1.392,12	1.392,12
4.	R-3/TR	6.600 VA ke atas	*)	1.392,12	1.392,12
5.	B-2/TR	6.600 VA s.d. 200 kVA	*)	1.392,12	1.392,12
6.	B-3/TM	di atas 200 kVA	**)	Blok WBP = K x 994,97 Blok LWBP = 994,97 kVArh = 1.070,82 (****)	-
7.	I-3/TM	di atas 200 kVA	**)	Blok WBP = K x 994,97 Blok LWBP = 994,97 kVArh = 1.070,82 (****)	-
8.	I-4/TT	30.000 kVA ke atas	***)	Blok WBP dan Blok LWBP = 998,62 kVArh = 998,62 (****)	-
9.	P-1/TR	6.600 VA s.d. 200 kVA	*)	1.392,12	1.392,12
10.	P-2/TM	di atas 200 kVA	**)	Blok WBP = K x 994,97 Blok LWBP = 994,97 kVArh = 1.070,82 (****)	-
11.	P-3/TR		*)	1.392,12	1.392,12
12.	L/TR, TM, TT		-	1.573,44	-

Catatan :

*) Diterapkan Rekening Minimum (RM):
 $RM1 = 40 \text{ (Jam Nyala)} \times \text{Daya tersambung (kVA)} \times \text{Biaya Pemakaian}$

**) Diterapkan Rekening Minimum (RM):
 $RM2 = 40 \text{ (Jam Nyala)} \times \text{Daya tersambung (kVA)} \times \text{Biaya Pemakaian LWBP}$
 Jam nyala : kWh per bulan dibagi dengan kVA tersambung.

***) Diterapkan Rekening Minimum (RM):
 $RM3 = 40 \text{ (Jam Nyala)} \times \text{Daya tersambung (kVA)} \times \text{Biaya Pemakaian WBP dan LWBP}$
 Jam nyala : kWh per bulan dibagi dengan kVA tersambung.

****) Biaya kelebihan pemakaian daya reaktif (kVArh) dikenakan dalam hal faktor daya rata-rata setiap bulan kurang dari 0,95 (delapan puluh lima per seratus).

K : Faktor perbandingan antara harga WBP dan LWBP sesuai dengan karakteristik beban sistem tenaga listrik setempat ($1,4 \leq K \leq 2$), ditetapkan oleh Direksi Perusahaan Perseroan (Persero) PT Perusahaan Listrik Negara.

WBP : Waktu Beban Puncak.

LWBP : Luar Waktu Beban Puncak.

N. Penelitian Terdahulu

Penelitian mengenai penerapan teori antrian pernah dilakukan oleh Agus Sri Iswiyanti (2004) dengan judul “Analisis Antrian Loker Karcis Taman Margasatwa Ragunan DKI Jakarta”. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis antrian yang terjadi dan menentukan jumlah loket optimal pada hari libur dan hari biasa baik secara teknis maupun secara ekonomis. Hasil yang diperoleh adalah jika fasilitas (mesin pompa) yang dioperasikan 10 loket, jumlah rata-rata pengunjung dalam

antrian sebanyak 33 pengunjung dengan jumlah rata-rata pengunjung dalam sistem sebanyak 43 pengunjung. Sedangkan waktu rata-rata yang dihabiskan pengunjung untuk menunggu dalam antrian adalah 50 detik. Bila yang dioperasikan 11 loket, jumlah rata-rata pengunjung dalam antrian sebanyak 6 pengunjung dengan jumlah rata-rata pengunjung dalam sistem sebanyak 15 pengunjung. Sedangkan waktu rata-rata yang dihabiskan pengunjung untuk menunggu dalam antrian yaitu selama 8 detik. Melihat analisis diatas dengan dibentuknya 11 loket setidaknya mengurangi jumlah pengunjung dalam antrian sebanyak 27 pengunjung dan waktu rata-rata yang dihabiskan pengunjung untuk menunggu dalam antrian selama 42 detik.

Penelitian terdahulu lainya yang berhubungan dengan teori antrian yaitu penelitian yang dilakukan oleh Rustam (2012) dengan judul “Analisis Penerapan Sistem Antrian Model M/M/c pada PT Bank Negara Indonesia (PERSERO) Tbk. Kantor Cabang Pembantu Universitas Hasanuddin Makasar”. Tujuan penelitian ini untuk mengetahui kinerja sistem antrian yang saat ini diaplikasikan oleh PT Bank Negara Indonesia (PERSERO) Tbk. Kantor Cabang Pembantu Universitas Hasanuddin Makasar. Penelitian ini memperoleh hasil bahwa PT Bank Negara Indonesia (PERSERO) Tbk. Kantor Cabang Pembantu Universitas Hasanuddin Makasar menggunakan disiplin antrian *First Come First Served* (FCFS) dan menggunakan model antrian M/M/c (*Multi Channel Single Phase*). Disiplin antrian dan model sistem antrian sudah diterapkan dengan baik karena waktu terpanjang yang dibutuhkan seorang nasabah dalam antrian hanya selama 2,236 menit dan antrian terpanjang hanya sebanyak 2,387 orang dengan menggunakan 3

teller. Namun pada jam sibuk antara jam 10.00-11.00 harus menambah 1 orang teller lagi karena nasabah meningkat menjadi 12,902 dan jika tetap menggunakan 3 teller maka waktu yang dibutuhkan seorang nasabah dalam antrian meningkat jadi 12,100.

Penelitian tentang teori antrian lainnya dilakukan oleh Ririn (2011) dengan judul “Penentuan Locket yang Optimal pada Gerbang Selatan Tol Pondok Gede Barat dengan Menggunakan Teori Antrian Untuk Meminimasi Biaya”. Tujuan penelitian ini yaitu pertama untuk menganalisa dan mengetahui berapa jumlah gardu yang optimal yang seharusnya digunakan. Tujuan yang kedua yaitu untuk menentukan suatu bentuk sistem biaya minimum yang menghasilkan tercapainya sasaran-sasaran optimum. Yang ketiga untuk memperdalam pengetahuan mengenai hubungan antara teori antrian dan biaya operasional. Penelitian ini memperoleh hasil bahwa Gerbang Selatan Tol Pondok Gede Barat menggunakan disiplin antrian FCFS (*First Come First Service*) dengan jumlah gardu 4 dan kedatangan tidak terbatas serta metode antrian yang digunakan M/M/c (*Multi Channel Single Phase*). pada shift 1 kondisi 1 gardu yang optimal adalah 3 gardu dengan waktu menunggu konsumen dalam antrian sebesar 5,819 detik dan waktu menganggur karyawan sebesar 19,667%. Pada shift 1 kondisi 2 yang optimal adalah 2 gardu dengan waktu tunggu konsumen dalam antrian 7,274 detik dan waktu menganggur karyawan sebesar 22,5%. Pada shift 2 gardu yang optimal adalah 2 gardu dengan waktu tunggu konsumen dalam antran sebesar 0,995 detik dan waktu menganggur karyawan sebesar 57%. Pada shif 3 gardu yang optimal adalah 1 gardu dengan waktu menunggu konsumen dalam antrian

sebesar 3,28 detik dan waktu menganggur karyawan sebesar 58,6%. Setelah dilakukan perbaikan biaya pelayanan yang dikeluarkan perusahaan adalah Rp. 243.043,9 sehingga perusahaan dapat meminimalkan biaya sebesar Rp. 397.908 – Rp. 243.043,9 = Rp. 154.664,3.